

**Guía de actividad n°20**  
**Limite**

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

**Objetivo de aprendizaje: Aplicar propiedades de límites**

- Resolver problemas en cuaderno de Matemática. Hacer desarrollo en cuaderno, le ayuda a practicar y estudiar.
- **No olvide enviar su actividad desarrollada al correo [miltoncsj20@gmail.com](mailto:miltoncsj20@gmail.com) Informando el NOMBRE, CURSO Y N° DE GUIA**
- Dudas y consultas escribir al correo [miltoncsj20@gmail.com](mailto:miltoncsj20@gmail.com)
- Tiene como apoyo para trabajar la guía, el siguiente canal de YouTube [https://www.youtube.com/playlist?list=PLKjcDkHCHY2bEUxYC9P37\\_iRvR5wmbF9N](https://www.youtube.com/playlist?list=PLKjcDkHCHY2bEUxYC9P37_iRvR5wmbF9N)  
**3ro medio - LDEI**

**LEYES DE LÍMITES**

Suponga que  $c$  es una constante y que existen los límites

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

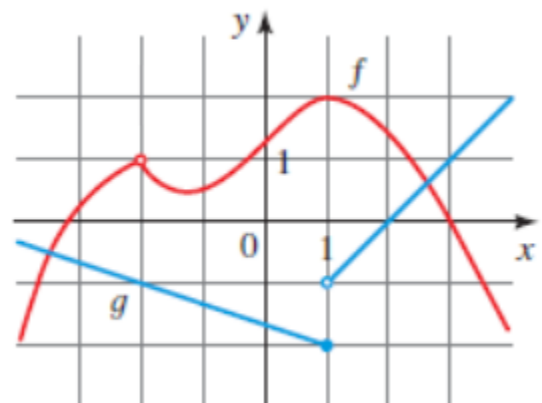
Entonces

- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  **Límite de una suma**
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  **Límite de una diferencia**
- $\lim_{x \rightarrow a} [cf(x)] = c \lim_{x \rightarrow a} f(x)$  **Límite de un múltiplo constante**
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  **Límite de un producto**
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$  si  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$  **Límite de un cociente**
- $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^n$  donde  $n$  es un entero positivo **Límite de una potencia**
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$  donde  $n$  es un entero positivo **Límite de una raíz**  
[Si  $n$  es par, suponemos que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) > 0$ .]

**Ejemplo**

Use las leyes de límites y las gráficas de  $f$  y  $g$  en la Figura para evaluar los siguientes límites si existen.

- (a)  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) + 5g(x)]$       (b)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)g(x)]$   
(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$       (d)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^3$



## Solución

(a) De las gráficas de  $f$  y  $g$  vemos que

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -1$$

Por lo tanto, tenemos

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} [f(x) + 5g(x)] &= \lim_{x \rightarrow -2} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2} [5g(x)] && \text{Límite de una suma} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} f(x) + 5 \lim_{x \rightarrow -2} g(x) && \text{Límite de un múltiplo constante} \\ &= 1 + 5(-1) = -4 \end{aligned}$$

(b) Vemos que  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ . Pero  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  no existe porque los límites izquierdos y derecho son diferentes:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -1$$

Entonces no podemos usar la Ley 4 (Límite de un Producto). El límite dado no existe, porque el límite izquierdo no es igual a límite derecho.

(c) Las gráficas muestran que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \approx 1.4 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$$

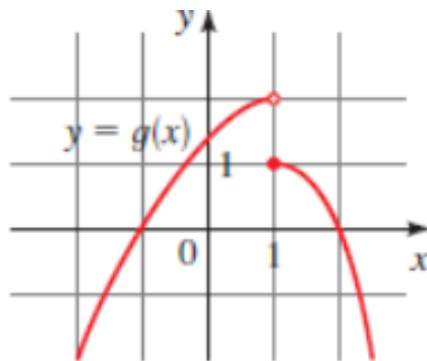
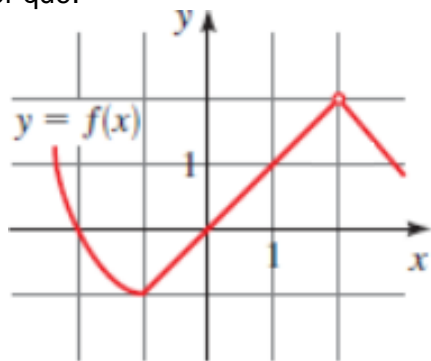
Como el límite de un denominador es 0, no podemos usar la Ley 5 (Límite de un Cociente). El límite dado no existe porque el denominador se aproxima a 0 mientras que el numerador se aproxima a un número diferente de cero.

(d) Como  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  usamos la Ley 6 para obtener

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^3 &= [\lim_{x \rightarrow 1} f(x)]^3 && \text{Límite de una potencia} \\ &= 2^3 = 8 \end{aligned}$$

## EJERCICIOS

Nos dan las gráficas de  $f$  y  $g$ . Úselas para evaluar cada límite si existe. Si el límite no existe, explique por qué.



(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x)g(x)]$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 f(x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3 + f(x)}$

Comunidad de estudiantes:

Sabemos que fue un semestre complejo en materia académica y emocional, Con muchas dificultades y nuevos desafíos para ustedes.

Como docentes e integrantes de familia conocemos y empatizamos con las distintas realidades de cada uno de Uds., en su entorno familiar.

Sabemos que no es fácil llevar la vida como la conocemos bajo estas nuevas circunstancias. Aun así, Ud. puede adaptarse y sortear estos obstáculos y salir adelante, que es lo que todos deseamos.

Tiene la juventud de su lado, y eso es un factor positivo. Apoye su familia con la energía que tiene a su favor.

Esperando que este segundo semestre sea mas llevadero para todos en lo familiar y escolar. les deseo lo mejor.

